**1. Leszámlálási alapfogalmak**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Variációk | Permutációk | Kombinációk |
| Ismétlés nélkül |  | n! |  |
| Ismétléses |  |  |  |

**N elem k-ad osztályú ismétlés nélküli variációja**

* **Definíció:** n db különböző elemből kiválasztunk egy k hosszú sorrendet, ismétlés nélkül. k<n
* Jele: V (n, k)
* **Példa:** n db versenyző részvételével megrendezett futóversenyen az első k befutó sorrendje hány féle lehet?
* **Bizonyítás:** **:** V(n,0)=1, V(n,1)=n, látszik, hogy V(n,k)=V(n,k-1)(n-k+1), hiszen minden szóba jöhető sorrendet meghatároztunk úgy, hogy először k-1 elemet rakunk sorba, majd a k-dik elemet tetszőlegesen kiválasztjuk az eddig ki nem választott n-k+1 elem közül. Innen adódik V(n,k)=n(n-1)\*…\*(n-k+1) adódik.-

**N elem k-ad osztályú ismétléses variációja**

* **Definíció:** n db különböző elem közül kiválasztunk egy k hosszú sorrendet, úgy, hogy az n elem bármelyikét tetszőlegesen sokszor felhasználhatjuk. Jele: Vism V (n, k)
* **Példa:** hány féle 4 jegyű pin kód generálható?
* **Bizonyítás:** Vism(n,0)=1, Vism(n,1)=n, ha k>=1, akkor Vism(n,k)=Vism(n,k-1)\*n, ahonnan Vism(n,k)=

**N elem ismétlés nélküli permutációja (n!)**

* **Definíció:** n db egymástól megkülönböztethető elem egy sorrendje.
* **Példa:** n db gyerek hány féle képpen állhat be a tornasorba
* **Bizonyítás:** A definíciókból adódik, hogy az n db elem permutációja megegyezik az n db elem n-ed osztályú variációjával (Jele V (n,n)) : =
* (n\*(n-1)\*(n-2)\*…..\*1=n!)

**N elem ismétléses permutációja )**

* **Definíció:** Olyan n hosszú sorrend, melyben l féle típus szerepel, amiben az i-dik elem pontosan ki-szer jelenik meg minden 1<=i<=l esetén.
* **Példa:** Magyarország betűit hányféle képpen tehetem sorrendbe.
* **Bizonyítás:** TFH az azonos típusú elemink megkülönböztethetőek, így n! féle sorrend lehetséges. Ezzel minden ismétléses permutációt többször számoltunk meg, egy konkrét ismétléses permutációt pontosan k1!\*k2!\*…\*kl!-szer számolunk meg.

**N elem k-ad osztályú ismétlés nélküli kombinációja**

* **Definíció:** n db különböző elemből, úgy választunk ki k db különböző elemet, hogy a sorrend nem számít. Ezek száma: C (n, k)
* **Példa:** lottóhúzás
* **Bizonyítás:** C(n,k) és V(n,k) hasonlít, csak a sorrendben különbözik. Vegyük észre, hogy n elem k-ad osztályú variációja egyértelműen meghatároz egy k-ad osztályú kombinációt: el kell feledkezni a k-ad osztályú elem sorrendjéről. Az is azonnal látszik, hogy minden egy k-ad osztályú kombináció annyi k-ad osztályú variációból származtatható, ahányféleképpen a kiválasztott k db elemet sorba lehet tenni, azaz k! db-ból. Ezért C(n,k)= =

**N elem k-ad osztályú ismétléses kombinációja**

* **Definíció:** n db típusból választunk ki k db-ot, úgy, hogy bármely típusból tetszőlegesen sokat választhatok ki és a sorrend nem számít.
* **Példa:** 10 féle fagyiból hány féle képpen kérhetek 5 gömbös fagylalt kelyhet.
* **Bizonyítás:**

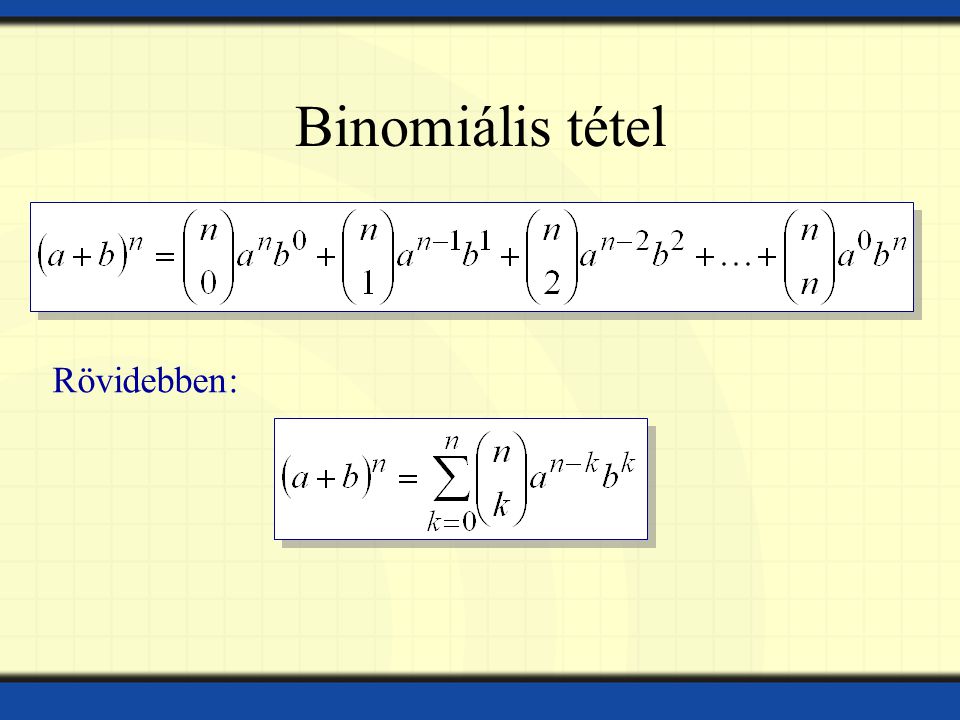
**Binomiális együtthatók közti összefüggések**

, ha k>n, akkor ezt 0-nak definiáljuk.

Megfigyelése:

1. =, ugyanaz n-ből k-t kiválasztani, mint n-ből n-k-t otthagyni.
2. =, rögzítsünk egy x elemet n-ből. n-ből kiválasztok k-t. Ebben a k elemben vagy nincs benne az x és akkor n-1 elemből választunk ki k-t , vagy benne van az x, ekkor az x-től különböző n-1 elem közül kellett k-1 elemet kiválasztani

**Binomiális tétel**

****

**Bizonyítása:** A zárójelet felbontva minden kifejezési tag \* alakú lesz. Minden \* annyiszor fog előfordulni, ahányféleképpen ki lehet választani k-t n ből .